Deriving Pretty-Big-Step Semantics from Small-Step Semantics

Example Semantics

Casper Bach Poulsen and Peter D. Mosses

Department of Computer Science, Swansea University, Swansea, UK,
cscbp@swansea.ac.uk, p.d.mosses@swansea.ac.uk

This document contains all the rules for the ESOP'14 paper on Deriving Pretty-Big-Step Semantics from Small-Step Semantics.

1 Small-Step MSOS

Evaluation rules

$$\frac{}{v \xrightarrow{\{-\}}{}^{*}\ v}\ [\textsc{Refl}] \qquad \frac{}{e \xrightarrow{\{\mathbf{exc}=\mathsf{exc}(v),\mathbf{exc}'=\mathsf{exc}(v),-\}}{}^{*}\ e}\ [\textsc{Exc}]$$

$$\frac{t \xrightarrow{\{\mathbf{exc}=\tau,\mathbf{exc}'=a,X_1\}} e \qquad e \xrightarrow{\ell_2}{}^{*}\ e'}{t \xrightarrow{\ell_2 \circ \{\mathbf{exc}=\tau,\mathbf{exc}'=a,X_1\}}{}^{*}\ e'}\ [\textsc{Trans}]$$

Transition rules

$$\frac{\rho(x) = v}{\mathsf{var}(x) \xrightarrow{\{\mathbf{env}=\rho,-\}} v}\ [\text{M1}] \qquad \frac{}{\mathsf{abs}(x,e) \xrightarrow{\{\mathbf{env}=\rho,-\}} \mathsf{clo}(x,e,\rho)}\ [\text{M2}']$$

$$\frac{t_1 \xrightarrow{\ell} e_1}{\mathsf{app}(t_1,e_2) \xrightarrow{\ell} \mathsf{app}(e_1,e_2)}\ [\text{M3}'] \qquad \frac{t_2 \xrightarrow{\ell} e_2}{\mathsf{app}(v_1,t_2) \xrightarrow{\ell} \mathsf{app}(v_1,e_2)}\ [\text{M4}']$$

$$\frac{t \xrightarrow{\{\mathbf{env}=\rho'[x\mapsto v],\ldots\}} e}{\mathsf{app}(\mathsf{clo}(x,t,\rho'),v) \xrightarrow{\{\mathbf{env}=\rho,\ldots\}} \mathsf{app}(\mathsf{clo}(x,e,\rho'),v)}\ [\text{M5}'] \qquad \frac{}{\mathsf{app}(\mathsf{clo}(x,v',\rho'),v) \xrightarrow{\{-\}} v'}\ [\text{M6}]$$

$$\frac{}{\mathsf{throw}(v) \xrightarrow{\{\mathbf{exc}=\tau,\mathbf{exc}'=\mathsf{exc}(v),-\}} \mathsf{unit}}\ [\text{M7}] \qquad \frac{t \xrightarrow{\ell} e}{\mathsf{if}(t,e_1,e_2) \xrightarrow{\ell} \mathsf{if}(e,e_1,e_2)}\ [\text{M8}]$$

$$\frac{}{\mathsf{if}(\mathsf{true},e_1,e_2) \xrightarrow{\{-\}} e_1}\ [\text{M9}] \qquad \frac{}{\mathsf{if}(\mathsf{false},e_1,e_2) \xrightarrow{\{-\}} e_2}\ [\text{M10}]$$

$$\frac{t_1 \xrightarrow{\ell} e_1}{\mathsf{eq}(t_1,e_2) \xrightarrow{\ell} \mathsf{eq}(e_1,e_2)}\ [\text{M11}] \qquad \frac{t_2 \xrightarrow{\ell} e_2}{\mathsf{eq}(v_1,t_2) \xrightarrow{\ell} \mathsf{eq}(v_1,e_2)}\ [\text{M12}]$$

$$\frac{v_1 = v_2}{\mathsf{eq}(v_1,v_2) \xrightarrow{\{-\}} \mathsf{true}}\ [\text{M13}] \qquad \frac{v_1 \neq v_2}{\mathsf{eq}(v_1,v_2) \xrightarrow{\{-\}} \mathsf{false}}\ [\text{M14}]$$

$$\frac{}{\mathsf{catch}(v_1, e_2) \xrightarrow{\{-\}} v_1}\ [\text{M15}]$$

$$\frac{t_1 \xrightarrow{\{\mathbf{exc}=\tau, \mathbf{exc}'=a, X\}} e_1}{\mathsf{catch}(t_1, e_2) \xrightarrow{\{\mathbf{exc}=\tau, \mathbf{exc}'=\tau, X\}} \mathsf{if}(\mathsf{eq}(a, \tau), \mathsf{catch}(e_1, e_2), \mathsf{app}(e_2, a))}\ [\text{M16}]$$

$$\frac{t \xrightarrow{\ell} e}{\mathsf{print}(t) \xrightarrow{\ell} \mathsf{print}(e)}\ [\text{M17}] \qquad \frac{}{\mathsf{print}(v) \xrightarrow{\{\mathbf{out}'=[v], -\}} \mathsf{unit}}\ [\text{M18}]$$

$$\frac{t \xrightarrow{\ell} e}{\mathsf{ref}(t) \xrightarrow{\ell} \mathsf{ref}(e)}\ [\text{M19}] \qquad \frac{l \notin \mathrm{dom}(\sigma)}{\mathsf{ref}(v) \xrightarrow{\{\mathbf{sto}=\sigma, \mathbf{sto}'=\sigma[l \mapsto v], -\}} l}\ [\text{M20}]$$

$$\frac{t \xrightarrow{\ell} e}{\mathsf{deref}(t) \xrightarrow{\ell} \mathsf{deref}(e)}\ [\text{M21}] \qquad \frac{\sigma(l) = v}{\mathsf{deref}(l) \xrightarrow{\{\mathbf{sto}=\sigma, \mathbf{sto}'=\sigma, -\}} v}\ [\text{M22}]$$

$$\frac{t_1 \xrightarrow{\ell} e_1}{\mathsf{assign}(t_1, e_2) \xrightarrow{\ell} \mathsf{assign}(e_1, e_2)}\ [\text{M23}] \qquad \frac{t_2 \xrightarrow{\ell} e_2}{\mathsf{assign}(l, t_2) \xrightarrow{\ell} \mathsf{assign}(l, e_2)}\ [\text{M24}]$$

$$\frac{}{\mathsf{assign}(l, v) \xrightarrow{\{\mathbf{sto}=\sigma, \mathbf{sto}'=\sigma[l \mapsto v], -\}} v}\ [\text{M25}]$$

$$\frac{t_1 \xrightarrow{\ell} e_1}{\mathsf{seq}(t_1, e_2) \xrightarrow{\ell} \mathsf{seq}(e_1, e_2)}\ [\text{M26}] \qquad \frac{}{\mathsf{seq}(v_1, e_2) \xrightarrow{\{-\}} e_2}\ [\text{M27}]$$

$$\frac{}{\mathsf{for}(e_1, e_2, e_3) \xrightarrow{\{-\}} \mathsf{if}(e_1, \mathsf{seq}(e_3, \mathsf{seq}(e_2, \mathsf{for}(e_1, e_2, e_3))), \mathsf{unit})}\ [\text{M28}]$$

2 Pretty-Big-Step MSOS

Evaluation rules

$$\frac{}{v \xrightarrow{\{-\}}{}^{*}\ v}\ [\textsc{Refl}] \qquad \frac{}{e \xrightarrow{\{\mathbf{exc}=\mathsf{exc}(v), \mathbf{exc}'=\mathsf{exc}(v), -\}}{}^{*}\ e}\ [\textsc{Exc}]$$

Transition rules

$$\frac{\rho(x) = v}{\mathsf{var}(x) \xrightarrow{\|\mathbf{env}=\rho, -\|}{}^{*}\ v}\ [\text{M1}] \qquad \frac{}{\mathsf{abs}(x, e) \xrightarrow{\|\mathbf{env}=\rho, -\|}{}^{*}\ \mathsf{clo}(x, e, \rho)}\ [\text{M2}']$$

$$\frac{t_1 \xrightarrow{\|X_1\|}{}^{*}\ e_1 \qquad \mathsf{app}(e_1, e_2) \xrightarrow{\ell_2}{}^{*}\ e'}{\mathsf{app}(t_1, e_2) \xrightarrow{\ell_2 \circ \|X_1\|}{}^{*}\ e'}\ [\text{MP3}] \qquad \frac{t_2 \xrightarrow{\|X_1\|}{}^{*}\ e_2 \qquad \mathsf{app}(v_1, e_2) \xrightarrow{\ell_2}{}^{*}\ e'}{\mathsf{app}(v_1, t_2) \xrightarrow{\ell_2 \circ \|X_1\|}{}^{*}\ e'}\ [\text{MP4}]$$

$$\frac{t \xrightarrow{\|\mathbf{env}=\rho'[x \mapsto v], X_1\|}{}^{*}\ e \qquad \mathsf{app}(\mathsf{clo}(x, e, \rho'), v) \xrightarrow{\ell_2}{}^{*}\ e'}{\mathsf{app}(\mathsf{clo}(x, t, \rho'), v) \xrightarrow{\ell_2 \circ \|\mathbf{env}=\rho, X_1\|}{}^{*}\ e'}\ [\text{MP5}]$$

$$\frac{}{\mathsf{app}(\mathsf{clo}(x, v', \rho'), v) \xrightarrow{\|-\|}{}^{*}\ v'}\ [\text{MP6}] \qquad \frac{}{\mathsf{throw}(v) \xrightarrow{\{\mathbf{exc}=\tau, \mathbf{exc}'=\mathsf{exc}(v), -\}}{}^{*}\ \mathsf{unit}}\ [\text{MP7}]$$

$$\frac{t \xrightarrow{\|X_1\|}{}^{*} e \qquad \mathsf{if}(e, e_1, e_2) \xrightarrow{\ell_2}{}^{*} e'}{\mathsf{if}(t, e_1, e_2) \xrightarrow{\ell_2 \circ \|X_1\|}{}^{*} e'} \text{[MP8]} \qquad \frac{e_1 \xrightarrow{\|X\|}{}^{*} e'}{\mathsf{if}(\mathsf{true}, e_1, e_2) \xrightarrow{\|X\|}{}^{*} e'} \text{[MP9]}$$

$$\frac{e_2 \xrightarrow{\|X\|}{}^{*} e'}{\mathsf{if}(\mathsf{false}, e_1, e_2) \xrightarrow{\|X\|}{}^{*} e'} \text{[MP10]} \qquad \frac{t_1 \xrightarrow{\|X_1\|}{}^{*} e_1 \qquad \mathsf{eq}(e_1, e_2) \xrightarrow{\ell_2}{}^{*} e'}{\mathsf{eq}(t_1, e_2) \xrightarrow{\ell_2 \circ \|X_1\|}{}^{*} e'} \text{[MP11]}$$

$$\frac{t_2 \xrightarrow{\|X_1\|}{}^{*} e_2 \qquad \mathsf{eq}(v_1, e_2) \xrightarrow{\ell_2}{}^{*} e'}{\mathsf{eq}(v_1, t_2) \xrightarrow{\ell_2 \circ \|X_1\|}{}^{*} e'} \text{[MP12]} \qquad \frac{v_1 = v_2}{\mathsf{eq}(v_1, v_2) \xrightarrow{\|-\|}{}^{*} \mathsf{true}} \text{[MP13]}$$

$$\frac{v_1 \neq v_2}{\mathsf{eq}(v_1, v_2) \xrightarrow{\|-\|}{}^{*} \mathsf{false}} \text{[MP14]} \qquad \frac{}{\mathsf{catch}(v_1, e_2) \xrightarrow{\|-\|}{}^{*} v_1} \text{[MP15]}$$

$$\frac{t_1 \xrightarrow{\{\mathbf{exc}=\tau, \mathbf{exc}'=a, X\}}{}^{*} e_1 \qquad \mathsf{if}(\mathsf{eq}(a, \tau), \mathsf{catch}(e_1, e_2), \mathsf{app}(e_2, a)) \xrightarrow{\ell_2}{}^{*} e'}{\mathsf{catch}(t_1, e_2) \xrightarrow{\ell_2 \circ \{\mathbf{exc}=\tau, \mathbf{exc}'=\tau, X\}}{}^{*} e'} \text{[MP16]}$$

$$\frac{t \xrightarrow{\|X_1\|}{}^{*} e \qquad \mathsf{print}(e) \xrightarrow{\ell_2}{}^{*} e'}{\mathsf{print}(t) \xrightarrow{\ell_2 \circ \|X_1\|}{}^{*} e'} \text{[MP17]} \qquad \frac{}{\mathsf{print}(v) \xrightarrow{\|\mathbf{out}'=[v], -\|}{}^{*} \mathsf{unit}} \text{[MP18]}$$

$$\frac{t \xrightarrow{\|X_1\|}{}^{*} e \qquad \mathsf{ref}(e) \xrightarrow{\ell_2}{}^{*} e'}{\mathsf{ref}(t) \xrightarrow{\ell_2 \circ \|X_1\|}{}^{*} e'} \text{[MP19]} \qquad \frac{l \notin \mathrm{dom}(\sigma)}{\mathsf{ref}(v) \xrightarrow{\|\mathbf{sto}=\sigma, \mathbf{sto}'=\sigma[l \mapsto v], -\|}{}^{*} l} \text{[MP20]}$$

$$\frac{t \xrightarrow{\|X_1\|}{}^{*} e \qquad \mathsf{deref}(e) \xrightarrow{\ell_2}{}^{*} e'}{\mathsf{deref}(t) \xrightarrow{\ell_2 \circ \|X_1\|}{}^{*} e'} \text{[MP21]} \qquad \frac{\sigma(l) = v}{\mathsf{deref}(l) \xrightarrow{\|\mathbf{sto}=\sigma, \mathbf{sto}'=\sigma, -\|}{}^{*} v} \text{[MP22]}$$

$$\frac{t_1 \xrightarrow{\|X_1\|}{}^{*} e_1 \qquad \mathsf{assign}(e_1, e_2) \xrightarrow{\ell_2}{}^{*} e'}{\mathsf{assign}(t_1, e_2) \xrightarrow{\ell_2 \circ \|X_1\|}{}^{*} e'} \text{[MP23]}$$

$$\frac{t_2 \xrightarrow{\|X_1\|}{}^{*} e_2 \qquad \mathsf{assign}(l, e_2) \xrightarrow{\ell_2}{}^{*} e'}{\mathsf{assign}(l, t_2) \xrightarrow{\ell_2 \circ \|X_1\|}{}^{*} e'} \text{[MP24]}$$

$$\frac{}{\mathsf{assign}(l, v) \xrightarrow{\|\mathbf{sto}=\sigma, \mathbf{sto}'=\sigma[l \mapsto v], -\|}{}^{*} v} \text{[MP25]}$$

$$\frac{t_1 \xrightarrow{\|X_1\|}{}^{*} e_1 \qquad \mathsf{seq}(e_1, e_2) \xrightarrow{\ell_2}{}^{*} e'}{\mathsf{seq}(t_1, e_2) \xrightarrow{\ell}{}^{*} e'} \text{[MP26]} \qquad \frac{e_2 \xrightarrow{\|X_1\|}{}^{*} e'}{\mathsf{seq}(v_1, e_2) \xrightarrow{\|X_1\|}{}^{*} e'} \text{[MP27]}$$

$$\frac{\mathsf{if}(e_1, \mathsf{seq}(e_3, \mathsf{seq}(e_2, \mathsf{for}(e_1, e_2, e_3))), \mathsf{unit}) \xrightarrow{\|X\|}{}^{*} e}{\mathsf{for}(e_1, e_2, e_3) \xrightarrow{\|X\|}{}^{*} e} \text{[MP28]}$$